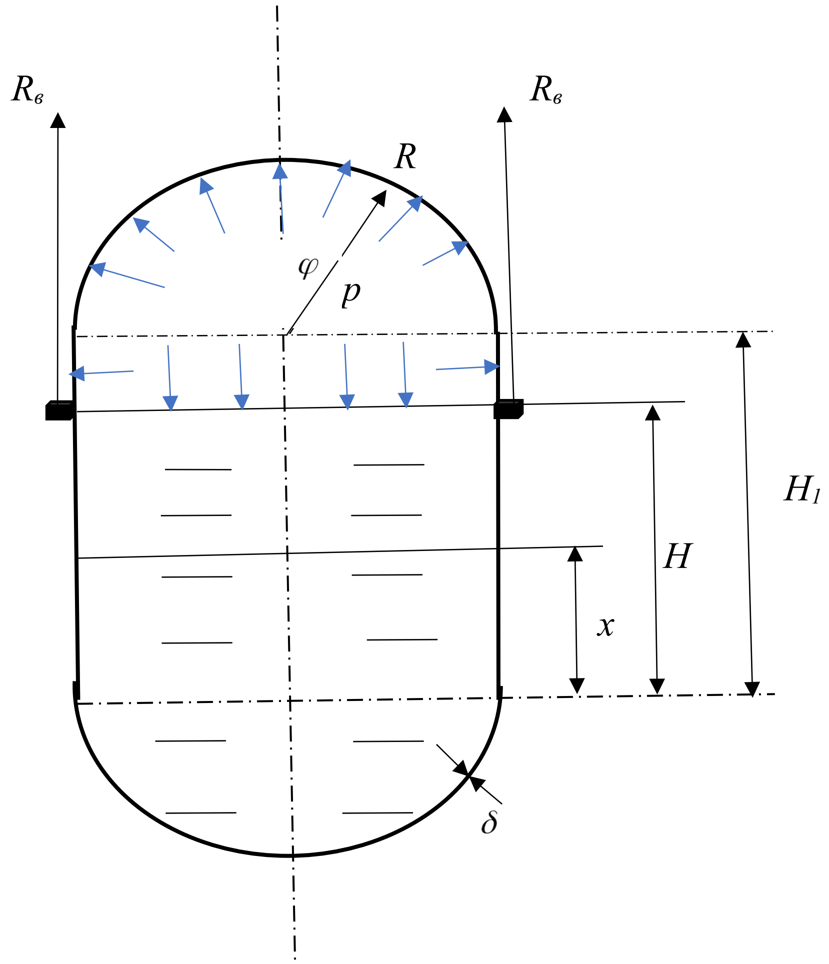
Задача: безмоментная теория и краевой эффект в составной оболочке



Исходные данные: δ =2,5мм, толщина оболочки, $R=0{,}5м$, $H=1{,}5м$, $H_1=2{,}0м$, $p=3атм$ избыточное давление (наддув), $\gamma_{ж}=800\frac{кГ}{м^3}$ удельный вес жидкости.

Определить: усилия и перемещения в верхнем полусферическом днище и части цилиндрической обечайки от наддува по безмоментной теории, усилия и перемещения нижнего полусферического днища и части цилиндрической обечайки от наддува и гидростатического давления по безмоментной теории, решить задачу краевого эффекта в зоне стыка верхнего днища и цилиндрической обечайки.

Определение внутренних усилий в оболочке

1. Верхнее полусферическое днище воспринимает только наддув. Меридиональное и окружное усилия определяются из двух уравнений равновесия – уравнения Лапласа (сумма проекций сил на нормаль к оболочке) и уравнения проекций сил на вертикальную ось:

$\frac{N_\varphi}{R_1} + \frac{N_\theta}{R_2} = p, \quad N_\varphi = \frac{P_x}{2\pi r \sin\varphi}$ Здесь R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны оболочки, r – радиус параллельного круга, P_x – проекция равнодействующей внешней нагрузки на ось x, p – давление наддува.

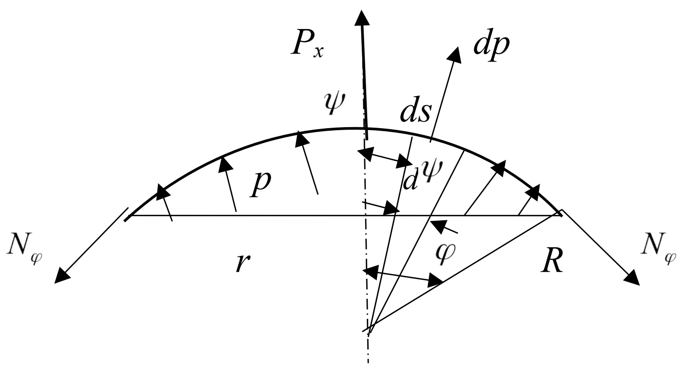
2. Верхняя часть цилиндрической обечайки также воспринимает только наддув. Меридиональное и окружное усилия определяются по приведённым в пункте 1 формулам.
3. Нижняя часть цилиндрической обечайки воспринимает наддув и гидростатическое давление. Суммарное давление на оболочку определяется формулой

   $P = p + \gamma(H - x)$, γ - удельный вес жидкости.

   Внутренние усилия определяются по приведённым в пункте 1 формулам.
4. Нижнее полусферическое днище воспринимает наддув и гидростатическое давление. Суммарное давление определить самостоятельно. Внутренние усилия определяются по тем же формулам.

Пояснение к уравнению проекций сил на вертикальную ось оболочки

Рисунок 1



$\sum x = 0 \qquad 2\pi r N_\varphi \sin\varphi = P_x$, отсюда $N_\varphi = \frac{P_x}{2\pi r \sin\varphi}$

Определение P_x

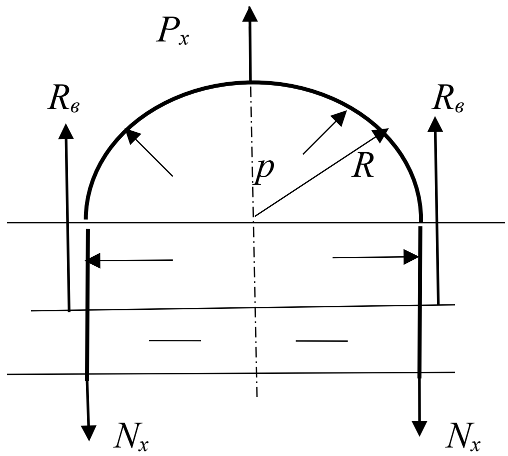
$p2\pi r ds$ – элементарная сила, действующая на круговой элемент оболочки $2\pi r ds$. Её проекция на ось x $p2\pi r ds \cdot \cos\psi$. $ds = R d\psi, \quad r = R\sin\psi$

$$P_x = \int_0^{\varphi} p2\pi R\sin\psi\cos\psi R d\psi = p\pi R^2\sin^2\psi\Big|_0^{\varphi} = p\pi R^2\sin^2\varphi = p\pi r^2$$

Тогда $$N_\varphi = \frac{P_x}{2\pi r\sin\varphi} = \frac{p\pi R^2\sin^2\varphi}{2\pi R\sin^2\varphi} = \frac{pR}{2}$$

Полученная формула справедлива при *p=const,* если есть ещё гидростатическое давление (рис.3), переменное по высоте оболочки, то суммарное давление на стенки мы не можем вынести за знак интеграла. Необходимо интегрировать всё подынтегральное выражение.

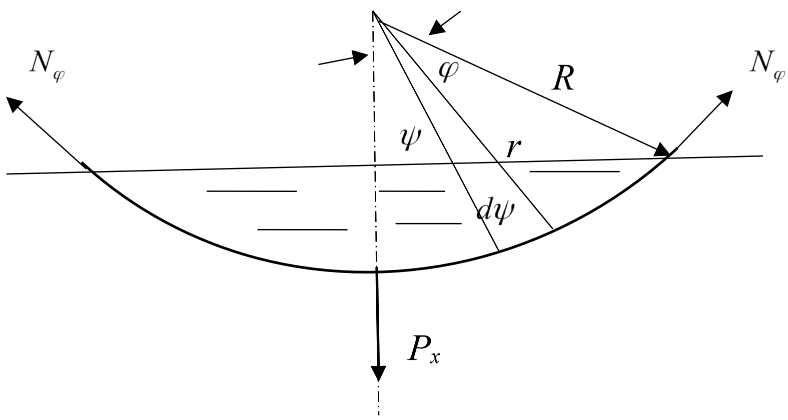
Рисунок 2



Для цилиндрической оболочки меридиональное усилие обозначим N_x. Рисунок помогает составить уравнение проекций сил на вертикальную ось и найти N_x.

$2\pi R \cdot R_в = \gamma V$, где V – объём, занимаемый жидкостью, $R_в$ – реакция подвески на вес жидкости, весом оболочки пренебрегаем.

Рисунок 3



Здесь нормальная нагрузка на оболочку состоит из постоянного давления наддува и переменного гидростатического давления. Пользуясь этим рисунком, следует определить P_x и N_φ

Определение перемещений

1. Определение деформаций из физических соотношений

   $\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E\delta}\left(N_\varphi - \mu N_\theta\right),\ \ \varepsilon_\theta = \frac{1}{E\delta}\left(N_\theta - \mu N_\varphi\right)$, δ - толщина оболочки

2. Для сферических полуднищ меридиональное и нормальное перемещения определяются из формул:

   $\varepsilon_\varphi = \frac{1}{R_1}\left(\frac{du}{d\varphi} + w\right),\ \ \varepsilon_\theta = \frac{1}{R_2}\left(u \cdot ctg\varphi + w\right)$

3. Для цилиндрической обечайки

   $\varepsilon_x = \frac{du}{dx},\ \ \varepsilon_\theta = \frac{w}{R_2}$

   В результате интегрирования геометрических соотношений типа Коши, в решения для меридиональных перемещений войдут произвольные константы интегрирования, которые определяются из условий равенства меридиональных перемещений цилиндрической оболочки и полусферических днищ в зоне контакта, равенство нулю осевого перемещения цилиндрической оболочки в сечении закрепления, должно также выполняться условие равенства меридиональных усилий по линии стыка.

Построение эпюр

Построить эпюры перемещений и меридиональных усилий.

Краевой эффект в зоне верхнего стыка двух оболочек

Начало координат находится на пересечении линии стыка с осью оболочки

1. Для цилиндрической оболочки уравнение краевого эффекта

   $$\frac{d^4 w_{кр}}{dx^4} + 4\beta^4 w_{кр} = 0,$$

   Где $w_{кр}$ часть прогиба, соответствующая краевому эффекту,

   $\beta^4 = \frac{E\delta}{4DR^2} = \frac{3\left(1-\mu^2\right)}{R^2\delta^2}$, D – цилиндрическая жёсткость оболочки

   $$D = \frac{E\delta^3}{12\left(1-\mu^2\right)}$$

   Решение уравнения $w_{кр}(x) = e^{-\beta x}\left(C_1 \operatorname{Sin}\beta x + C_2 \operatorname{Cos}\beta x\right)$. Положительные x направлены вниз.

Суммарное перемещение $w = w_{кр} + w_б$. Второе слагаемое соответствует безмоментному решению, положительные *x* от зоны стыка вниз. Решение, затухающее от зоны стыка вниз. C_1 и C_2 – произвольные константы интегрирования дифференциального уравнения краевого эффекта.

2. Для сферической оболочки

$$\frac{d^4 w_{кр}}{d\varphi^4} + 4\beta_1^4 w_{кр} = 0$$

$$\beta_1^4 = \frac{E\delta R^4}{4DR^2} = \frac{3(1-\mu^2)R^2}{\delta^2}.$$

Решение уравнения

$$w_{кр}(\varphi) = e^{-\beta_1\varphi}(C_3 \operatorname{Sin}\beta_1\varphi + C_4 \operatorname{Cos}\beta_1\varphi)$$

Положительная координата φ отсчитывается от зоны стыка вверх

Суммарный прогиб оболочки $w = w_{кр} + w_б$

3. Определим через прогиб внутренние силовые факторы

для цилиндрической оболочки

$$N_x = \frac{E\delta}{1-\mu^2}\left(\frac{du}{dx} + \mu\frac{w}{R}\right), \qquad N_\theta = \frac{E\delta}{1-\mu^2}\left(\frac{w}{R} + \mu\frac{du}{dx}\right)$$

$$M_x = -D\frac{d^2w}{dx^2}, \qquad M_\theta = -\mu D\frac{d^2w}{dx^2}, \qquad Q_x = \frac{dM_x}{dx}$$

В формулах для меридионального и окружного усилий можно не учитывать составляющую прогиба от краевого эффекта ввиду незначительности вклада в решение по сравнению с безмоментным решением.

Для сферической оболочки

$$N_\varphi = \frac{E\delta}{R(1-\mu^2)}\left(\frac{du}{d\varphi} + \mu w\right), \qquad N_\theta = \frac{E\delta}{R(1-\mu^2)}\left(w + \mu\frac{du}{d\varphi}\right), \qquad M_\varphi = -D\frac{1}{R^2}\frac{d^2w}{d\varphi^2},$$

$$M_\theta = -\mu D\frac{1}{R^2}\frac{d^2w}{d\varphi^2}, \qquad Q_\varphi = \frac{1}{R}\frac{dM_\varphi}{d\varphi}$$

4. Произвольные константы определим из кинематических и статических условий сопряжения оболочек в зоне стыка при *x=0 и* φ=0:

$$w_ц = w_{сф},\ \ w_ц' = -w_{сф}',\ \ M_ц = M_{сф},\ \ Q_ц = -Q_{сф}$$

5. Построить эпюры прогиба по x и φ.

Замечание: для безмоментного решения и решения краевого эффекта имеем различные линии начала отсчёта. Это надо помнить. Но можно использовать единую исходную систему отсчёта, если перестроить решение краевого эффекта для прогиба, заменив x на (H_1-x) для цилиндрической оболочки и φ на (π/2 -φ) для сферической оболочки.

Составная оболочка.

Решение по безмоментной теории.

1. Верхнее полусферическое днище.

   $R_1=R_2=R$

   Меридиональное и окружное усилия определяем из двух уравнений равновесия – проекция всех сил на нормаль к поверхности оболочки и проекция всех сил на вертикальную ось для отсечённой части оболочки.

   $$\frac{N_\varphi}{R}+\frac{N_\theta}{R}=p,\quad N_\varphi=\frac{P_x}{2\pi r\sin\varphi},$$

   где r – радиус параллельного круга, P_x – проекция равнодействующей внешней нагрузки на вертикальную ось.

   $$P_x=p\pi r^2=p\pi R^2\sin^2\varphi$$

   Результат $N_\varphi=N_\theta=\dfrac{pR}{2}$

   Определим деформации, пользуясь обобщённым законом Гука

   $$\varepsilon_\varphi=\frac{1}{E\delta}\left(N_\varphi-\mu N_\theta\right)=\frac{pR}{2E\delta}(1-\mu)=\varepsilon_\theta$$

   Меридиональное и окружное перемещения

   $$\varepsilon_\varphi=\frac{1}{R}\left(\frac{du}{d\varphi}+w\right),\quad \varepsilon_\theta=\frac{1}{R}\left(u\cdot ctg\varphi+w\right)$$

   Выразив из второго w через окружную деформацию и меридиональное перемещение, получим

   $$w=R\varepsilon_\theta-u\,ctg\varphi.$$

   Исключим прогиб из первого равенства

   $$\frac{du}{d\varphi}-u\,ctg\varphi=R\left(\varepsilon_\varphi-\varepsilon_\theta\right)=0$$

или

$$\sin\varphi\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{u}{\sin\varphi}\right)=0$$

Интегрируя, получим

$u=C_1\sin\varphi$, где C_1 – произвольная константа интегрирования, определяемая из условия равенства меридиональных перемещений полусферического днища и цилиндрической обечайки в зоне их стыка.

2. Цилиндрическая оболочка. $R_1=\infty,\ R_2=R$, $x\geq H$

   Из уравнения Лапласа $N_\theta=pR$,

   из второго уравнения равновесия $N_x=\dfrac{pR}{2}$.

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E\delta}\left(N_x-\mu N_\theta\right)=\frac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)=\frac{du}{dx},$$

Деформации $\varepsilon_\theta=\dfrac{1}{E\delta}\left(N_\theta-\mu N_x\right)=\dfrac{pR}{2E\delta}(2-\mu)=\dfrac{w}{R}$

Отсюда получаем перемещения

$w=\dfrac{pR^2}{2E\delta}(2-\mu)$, $u=\dfrac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)\cdot x+C_2$ Константу C_1 определим из условия контакта верхнего днища и цилиндрической обечайки

$u_{сф}=u_ц$ при $x=H_1$ для цилиндрической и $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$ для сферической оболочек

$u=C_1=\dfrac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)\cdot H_1+C_2$. Константу C_2 определим из условия равенства нулю меридионального перемещения цилиндрической оболочки в месте закрепления, т.е. при $x=H$. Тогда $C_2=-\dfrac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)\cdot H$

Решение:

Для сферической оболочки

$$u=\frac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)\cdot(H_1-H)\sin\varphi,\quad w=\frac{pR^2(1-\mu)}{2E\delta}\left[1-\frac{(H_1-H)(1-2\mu)}{R(1-\mu)}\cos\varphi\right]$$

Для последующих расчётов определим угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки по формуле:

$$\frac{1}{R}\left(-\frac{dw}{d\varphi}+u\right)=-\frac{pR}{2E\delta}\frac{H_1-H}{R}(1-2\mu)\sin\varphi+\frac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)\cdot\frac{(H_1-H)}{R}\sin\varphi=0$$

Для цилиндрической оболочки

$$u = \frac{pR}{2E\delta}(1 - 2\mu)\cdot(x - H),\ \ w = \frac{pR^2}{2E\delta}\left[2 - \mu\right]$$

Если $x \le H$, то давление на стенки оболочки $P = p + \gamma(H - x)$

Тогда $N_\theta = PR = pR + \gamma(H - x)R$, $N_x = \dfrac{P_x}{2\pi R} = \dfrac{pR}{2} + \dfrac{\gamma W}{2\pi R} = \dfrac{pR}{2} + \dfrac{\gamma R}{2}\left(H + \dfrac{2}{3}R\right)$.

Определяем деформации из соотношений закона Гука

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E\delta}(N_x - \mu N_\theta) = \frac{1}{E\delta}\left[\frac{pR}{2}(1 - 2\mu) + \frac{\gamma R}{2}\left(H + \frac{2}{3}R - 2\mu(H - x)\right)\right],$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E\delta}(N_\theta - \mu N_x) = \frac{1}{E\delta}\left[\frac{pR}{2}(2 - \mu) + \frac{\gamma R}{2}\left(H(2 - \mu) - \frac{2}{3}\mu R - 2x\right)\right].$$

Перемещения определяем из соотношений Коши

$$w = R\varepsilon_\theta,\quad \frac{du}{dx} = \varepsilon_x,$$

Отсюда $u = \int \varepsilon_x dx + C = \dfrac{1}{E\delta}\left[\dfrac{pR}{2}(1 - 2\mu)x + \dfrac{\gamma R}{2}\left(\left(H(1 - 2\mu) + \dfrac{2}{3}R\right)x + \mu x^2\right)\right] + C$

$$w = \frac{R^2}{2E\delta}\left[p(2 - \mu) + \gamma\left(H(2 - \mu) - \frac{2}{3}\mu R - 2x\right)\right]$$

3. Нижнее полусферическое днище. $R_1 = R_2 = R$.

$$N_\theta = PR - N_\varphi,\quad N_\varphi = \frac{P_x}{2\pi R\sin^2\varphi},$$

$$P = p + \gamma(H + R\cos\varphi),\ \ P_x = 2\pi R^2\left[(p + \gamma H)\frac{\sin^2\varphi}{2} + \frac{1}{3}\gamma R(1 - \cos^3\varphi)\right]$$

$$N_\varphi = \frac{pR}{2} + \frac{1}{2}\gamma R\left[H + \frac{2}{3}R\left(\frac{1 - \cos^3\varphi}{\sin^2\varphi}\right)\right],\ \ N_\theta = \frac{pR}{2} + \frac{\gamma R}{2}\left[H + 2R\left(\cos\varphi - \frac{1 - \cos^3\varphi}{3\sin^2\varphi}\right)\right]$$

Деформации:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{R}{E\delta}\left[\frac{p}{2}(1 - \mu) + \frac{\gamma H}{2}(1 - \mu) + \frac{\gamma R(1 - \cos^3\varphi)}{3\sin^2\varphi}(1 + \mu) - \mu\gamma R\cos\varphi\right],$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{R}{E\delta}\left[\frac{p}{2}(1 - \mu) + \frac{\gamma H}{2}(1 - \mu) - \frac{\gamma R(1 - \cos^3\varphi)}{3\sin^2\varphi}(1 + \mu) + \gamma R\cos\varphi\right].$$

$$R(\varepsilon_\varphi - \varepsilon_\theta) = \frac{\gamma R^3}{E\delta}(1 + \mu)\left[\left(\frac{2(1 - \cos^3\varphi)}{3\sin^2\varphi}\right) - \cos\varphi\right]$$

Определяем перемещения в нормальном и меридиональном направлениях

$$w = R\varepsilon_\theta = \frac{R^2}{E\delta}\left[\frac{p}{2}(1-\mu) + \frac{\gamma H}{2}(1-\mu) - \frac{\gamma R\left(1-\cos^3\varphi\right)}{3\sin^2\varphi}(1+\mu) + \gamma R\cos\varphi\right],$$

$$\sin\varphi\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{u}{\sin\varphi}\right) = R\left(\varepsilon_\varphi - \varepsilon_\theta\right) = \frac{\gamma R^3}{E\delta}(1+\mu)\left[\left(\frac{2\left(1-\cos^3\varphi\right)}{3\sin^2\varphi}\right) - \cos\varphi\right].$$

Из последнего равенства получим меридиональное перемещение

$$u = A\sin\varphi + \left(\int\frac{\gamma R^3}{E\delta}(1+\mu)\left[\left(\frac{2\left(1-\cos^3\varphi\right)}{3\sin^3\varphi}\right) - ctg\varphi\right]d\varphi\right)\sin\varphi$$

Или

$$u = A\sin\varphi + \frac{\gamma R^3(1+\mu)}{E\delta}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} + \ln\left|tg\frac{\varphi}{2}\right| - ctg^2\varphi - \ln\left|\sin\varphi\right|\right)\right]\sin\varphi$$

,

Здесь A – произвольная константа интегрирования.

Определение констант интегрирования *C* и *A*

Меридиональное перемещение цилиндрической оболочки равно нулю в закреплении, отсюда

$$C = -\frac{1}{E\delta}\left[\frac{pR}{2}(1-2\mu)H + \frac{\gamma R}{2}\left(\left(H(1-2\mu) + \frac{2}{3}R\right)H + \mu H^2\right)\right]$$

Из условия равенства меридиональных перемещений цилиндрической и сферической оболочки в зоне нижнего стыка, получим

$C=A$

Итак, меридиональное перемещение в цилиндрической оболочке

$$u = \frac{1}{E\delta}\left[\frac{pR}{2}(1-2\mu)(x-H) + \frac{\gamma R}{2}\left(\left(H(1-2\mu) + \frac{2}{3}R\right)(x-H) + \mu\left(x^2 - H^2\right)\right)\right]$$

В сферической оболочке

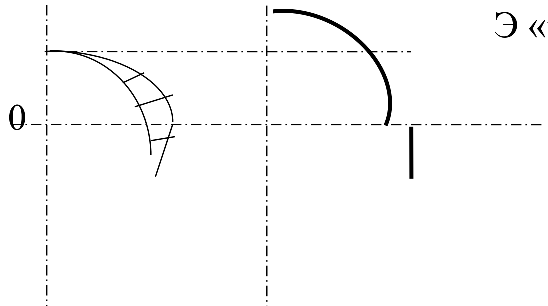
$$u = -\frac{1}{E\delta}\left[\frac{pR}{2}(1-2\mu)H + \frac{\gamma R}{2}\left(\left(H(1-2\mu) + \frac{2}{3}R\right)H + \mu H^2\right)\right]\sin\varphi +$$

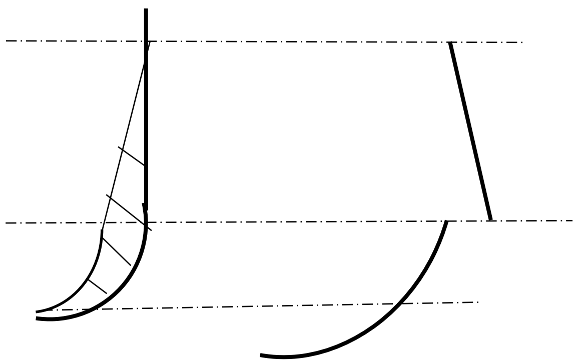
$$\frac{\gamma R^3(1+\mu)}{E\delta}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} + \ln\left|tg\frac{\varphi}{2}\right| - ctg^2\varphi - \ln\left|\sin\varphi\right|\right)\right]\sin\varphi$$

В зонах стыков условие равенства меридиональных усилий оболочек выполняется автоматически. Проверить.

Э «*w*»

Э «*u* »





На этом безмоментное решение завершается. Переходим к исследованию краевого эффекта в зоне стыка цилиндрической оболочки и верхнего полусферического днища. Начало координат переместим в сечение стыка днища и цилиндрической оболочки, в этом случае неудобство заключается в том, что для безмоментного решения мы имеем исходную систему координат, а для моментного состояния-другую систему. Чтобы сохранить исходную систему для обоих состояний, преобразуем решение краевого эффекта так, чтобы в зоне краевого эффекта показатель экспоненциальной функции обращался в ноль.

Цилиндрическая оболочка

$$w = w_б + w_{кр} = \frac{pR^2}{2E\delta}(2-\mu) + e^{-\beta(H_1-x)}\left(C_1\sin\beta(H_1-x) + C_2\cos\beta(H_1-x)\right)$$

$$\vartheta = -\frac{dw}{dx} = -\beta e^{-\beta(H_1-x)}\left[(C_1-C_2)\cos\beta(H_1-x) + (C_1+C_2)\sin\beta(H_1-x)\right]$$

$$M_x = -D\frac{d^2w}{dx^2} = 2D\beta^2 e^{-\beta(H_1-x)}\left(C_1\cos\beta(H_1-x) - C_2\sin\beta(H_1-x)\right)$$

$$Q_x = -D\frac{d^3w}{dx^3} = -2D\beta^3 e^{-\beta(H_1-x)}\left[(C_1+C_2)\cos\beta(H_1-x) + (C_1-C_2)\sin\beta(H_1-x)\right]$$

Сферическая оболочка

$$w = w_б + w_{кр} = \frac{pR^2(1-\mu)}{2E\delta}\left[1 - \frac{(H_1-H)(1-2\mu)}{R(1-\mu)}\cos\varphi\right] + e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\left(C_3\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) + C_4\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right)$$

$$\vartheta = -\frac{1}{R}\frac{dw}{d\varphi} = -\frac{1}{R}\beta_1 e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\left[(C_3+C_4)\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) - (C_3-C_4)\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right]$$

$$M_\varphi = -D\frac{1}{R^2}\frac{d^2w}{d\varphi^2} = 2D\frac{1}{R^2}\beta_1^2 e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\left(C_3\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) - C_4\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right)$$

$$Q_\varphi = -D\frac{1}{R^3}\frac{d^3w}{d\varphi^3} = -2D\frac{1}{R^3}\beta_1^3 e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\left[(C_3+C_4)\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) + (C_3-C_4)\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right]$$

Здесь следует отметить, что угол поворота нормали в безмоментной сферической оболочке определяется по формуле

$$\frac{1}{R}\left(-\frac{dw}{d\varphi}+u\right)=-\frac{pR}{2E\delta}\frac{H_1-H}{R}(1-2\mu)\sin\varphi+\frac{pR}{2E\delta}(1-2\mu)\cdot\frac{(H_1-H)}{R}\sin\varphi=0$$

и равен нулю.

Из четырёх условий стыка двух оболочек $w_c=w_ц,\ \vartheta_c=-\vartheta_ц,\ M_c=M_ц,\ Q_c=-Q_ц$ получим значения 4-х констант интегрирования при $\varphi=\frac{\pi}{2}$ и $x=H_1$

$$C_4-C_2=\frac{pR^2}{2E\delta},\ \ C_1-C_2-\frac{\beta_1}{\beta R}(C_3+C_4)=0$$

$$C_1=\frac{\beta_1^2}{R^2\beta^2}C_3,\ \ \frac{\beta_1^3}{\beta^3R^3}(C_3+C_4)+(C_1+C_2)=0$$

Исходные данные: δ =2,5мм, толщина оболочки, *R=0,5м, H=1,5м, H_1=2,0м, p =3атм* избыточное давление (наддув), $\gamma_ж=800\frac{кГ}{м^3}$ удельный вес жидкости.

Материал оболочки – дюралевый сплав, *E*=72 Гпа

Посчитаем некоторые параметры, опираясь на исходные данные.

$$\beta=\sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2\delta^2}}=25,6\frac{1}{м},\ \ \beta_1=\sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)R^2}{\delta^2}}=12,8$$

$$\frac{\beta_1}{\beta R}=1,\ \ \left(\frac{\beta_1}{\beta R}\right)^2=1,\ \ \left(\frac{\beta_1}{\beta R}\right)^3=1\ ,\ \ \frac{pR^2}{2E\delta}=\frac{3\cdot10^5\cdot0,25}{1,44\cdot10^{11}\cdot2,5\cdot10^{-3}}=0,2\cdot10^{-3}$$

В результате решения системы алгебраических уравнений по определению констант C_1 – C_4 получим

$$C_1=C_3=0,\ C_4=\frac{pR^2}{4E\delta},\ C_2=-\frac{pR^2}{4E\delta}$$

Окончательное решение для цилиндрической оболочки

$$w=\frac{pR^2}{2E\delta}(2-\mu)-e^{-\beta(H_1-x)}\frac{pR^2}{4E\delta}\cos\beta(H_1-x)$$

$$\vartheta=-\beta e^{-\beta(H_1-x)}\frac{pR^2}{4E\delta}(\cos\beta(H_1-x)-\sin\beta(H_1-x))$$

$$M_x=2D\beta^2e^{-\beta(H_1-x)}\frac{pR^2}{4E\delta}\sin\beta(H_1-x)$$

$$Q_x=2D\beta^3e^{-\beta(H_1-x)}\frac{pR^2}{4E\delta}(\cos\beta(H_1-x)-\sin\beta(H_1-x))$$

и для сферической оболочки

$$w=\frac{pR^2(1-\mu)}{2E\delta}\left[1-\frac{(H_1-H)(1-2\mu)}{R(1-\mu)}\cos\varphi\right]+e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\frac{pR^2}{4E\delta}\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$$

$$\vartheta=-\frac{\beta_1}{R}e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\frac{pR^2}{4E\delta}\left(\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)+\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right)$$

$$M_\varphi=-2D\frac{\beta_1^2}{R^2}e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\frac{pR^2}{4E\delta}\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$$

$$Q_\varphi=-2D\frac{\beta_1^3}{R^3}e^{-\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}\frac{pR^2}{4E\delta}\left(\cos\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)-\sin\beta_1\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right)$$

Э «*u* »